التمرين الاول: (06 نقاط)

1) نعتبر كثير حدود ذات المجهول المركب z التالي : $P(z)=z^3-(4+3i)z^2+(13+12i)z-39i$

أ/ بين أن المعادلة $P(Z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا ، يطلب تعيينه

ب/ عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث يكون من كل عدد مركب z : $P(z)=(z-3i)(az^2+bz+c)$

ج/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $P(z)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. A, B, C و D أربع نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=3i$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=2-3i$, $z_D=i$

أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B ويحول C إلى A

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC ، ثم احسب مساحته .

ج) لتكن النقطة E صورة النقطة A بالتحويل S. استنتج مساحة المثلث ABE

3) أ) احسب العدد $\dfrac{z_A-z_B}{z_D-z_B}$ ، ثم استنتج أن A صورة D بتحويل نقطي f يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

ب) عين طبيعة التحويل $f\circ S$ وعناصره المميزة .

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $z=z_A+6e^{\theta i}$ حيث $(\theta\in\mathbb{R})$

أ) تحقق أن B تنتمي إلى (Γ)

ب) عين المجموعة (Γ)

التمرين الثاني : (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى النقط :

$A(-1,1,3)$, $B(1,0,-1)$, $C(2,-1,1)$, $D(2,0,-1)$ و المستوي (P) ذي المعادلة : $2y+z+1=0$

المطلوب : أجب بصحيح او خطأ مع التبرير في كل حالة :

1) النقط C,B,D تعين مستويا حيث : $(\alpha,t)\in{}^2$ / $\begin{cases} x=-1-t \\ y=-\alpha \\ z=-1+2\alpha \end{cases}$ $\mathbb{R}$ تمثيل وسيطي له

2) المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).

3) سطح الكرة (S) ذات المركز A ونصف القطر $R=\dfrac{6}{5}$ تمس المستوي (P).

4) المستوي المحوري للقطعة $[BC]$ عمودي على المستوي (P).

5) النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (BCD).

Nafouz

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = u_n \cdot e^{-u_n}$

1) ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

ب) بين أن (u_n) متناقصة تماما

ج) استنتج أن (u_n) متقاربة , ثم احسب نهايتها

2) (w_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $w_n = \ln(u_n)$

ا) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = w_n - w_{n+1}$

ب) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

بين أن $S_n = w_0 - w_{n+1}$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} S_n$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = 1 - e^{2x} - 2x\,e^{2x}$

1) أ) عين نهايتي الدالة g

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f دالة العددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + 3 - x\,e^{2x}$

نرمزبـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

2) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث $-3{,}5 < \alpha < -3$ و $0{,}5 < \beta < 1$

5) ارسم (Δ) و (C_f)

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عين الدالة الأصلية للدالة $x \to xe^{2x}$ التي تنعدم من أجل $x = 0$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذي المعادلتين $x = 0$ و $x = 1$

III) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي : $h(x) = \dfrac{1 + 3x - e^{\frac{2}{x}}}{x}$

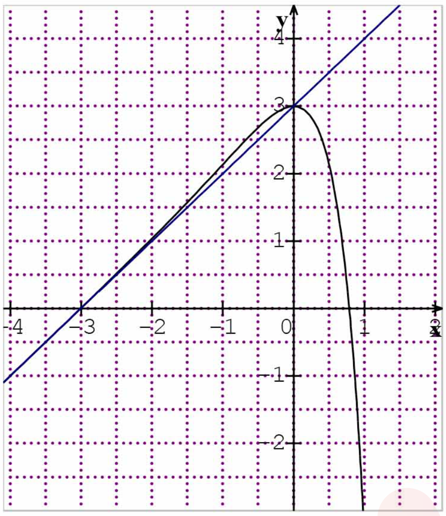
أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $h(x) = f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها

5ن		**التمرين الأول:**(5 ن)
	0.25	1) أ) $p(\alpha i)=0$ معناه $\alpha=3$, إذن $z=3i$ ....
	0.5	ب) $p(z)=(z-3i)(z^2-4z+13)$ ....
	0.75	ج)حل المعادلة : $\Delta=-36=(6i)^2$; $z_0=3i\ ; z_1=2-3i\ ; z_2=2+3i$ ....
	0.5	2)أ) العبارة المركبة للتشابه s : $(z'+3i)=3i(z+3i)$ أو $z'=3iz-3i-9$ ...
	0.5	ب) $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=3i$ ومنه $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})=\frac{\pi}{2}$ إذن ABC قائم في B ....
	0.25	مساحته : $6\ ua$ ....
	0.5	ج)المثلث ABE صورة المثلث ABC ومنه $S_{ABE}=6\times3^2=54\ ua$ ....
	0.5	3)أ) $\frac{z_A-z_B}{z_D-z_B}=\frac{3}{2}$ ومنه f هو تحاك نسبته $\frac{3}{2}$ ومركزه B ....
	0.5	ب) fos هو تشابه مباشر مركزه B ونسبته $3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ....
	0.25	4)أ) $\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert-6i\rvert=6$ ومنه B تنتمي إلى (γ) ....
	0.5	ب) (γ) هي دائرة مركزها A ونصف قطرها 6 ....
4ن		**التمرين الثاني :**(4 ن)
	1	1)صحيح: إحداثيات C تحقق الجملة من أجل $t=-3\ ;\alpha=1$ .... إحداثيات B تحقق الجملة من أجل $t=-2\ ;\alpha=0$ إحداثيات D تحقق الجملة من أجل $t=-3\ ;\alpha=0$
	0.5	2)صحيح : إحداثيات B و C تحقق معادلة المستوي (p) ....
	0.5	3)خطأ : $d(A;p)=\frac{6}{\sqrt{5}}>\frac{6}{5}$ ....
	1	4)صحيح : $\overrightarrow{BC}(1;-1;2)\ ;\vec{n}(0;2;1)$; $\overrightarrow{BC}.\vec{n}=0$ ....
	1	5) خطأ : $\overrightarrow{BC}(1;-1;2)\ ;\overrightarrow{AC}(3;-2;-2)$; $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AC}\neq0$ ....

المضمون	العلامة	المجموع
		4ن
التمرين الثالث:(4 ن)		
1) أ) $U_0 > 0$محققة ; نفرض $U_n > 0$ ولدينا $e^{-U_n} > 0$ ومنه $U_n e^{-U_n} > 0$ إذن $U_{n+1} > 0$..	0.75	
ب)$U_{n+1} - U_n = U_n(e^{-U_n} - 1)$ و $e^{-U_n} < 1$ ومنه (U_n) متناقصة	0.5	
ج) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة	0.25	
نضع $lim\ \ U_n = l$ ومنه $l = l\,e^{-l}$ إذن $l = 0$	0.75	
2) أ) $U_n = ln\frac{U_n}{U_ne^{-U_n}} = lnU_n - lnU_ne^{-U_n} = W_n - W_{n+1}$	0.5	
ب) $S_n = (W_0 - W_1) + (W_1 - W_2) + \cdots + (W_n - W_{n+1}) = W_0 - W_{n+1}$	0.5	
$limW_n = \lim \ln U_n = -\infty$ ومنه $\lim S_n = +\infty$	0.75	7ن
التمرين الرابع:(7 ن)		
I. 1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$	0.5	
ب) $g'(x) = 2e^{2x}(-2-2x)$	0.75	
إشارة $g'(x)$: $-\infty \quad + \quad -1 \quad - \quad +\infty$		
gمتزايدة تماما على $]-\infty;-1]$		
gمتناقصة تماما على $[-1;+\infty[$. جدول التغيرات $g(-1) = 1 + e^{-2}$		
2) $g(0) = 0$ إشارة $g(x)$: $-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad +\infty$	0.5	
II. 1)$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x + 3 - \frac{1}{2}(2xe^{2x}) = -\infty$	0.5	
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x(1 + \frac{3}{x} - e^{2x}) = -\infty$		
2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - (x+3) = \lim\limits_{x\to-\infty} -\frac{1}{2}(2xe^{2x}) = 0$	0.25	
$y = x + 3$ م م م عند $-\infty$		
3) $f'(x) = 1 - (e^{2x} + 2xe^{2x}) = g(x)$	0.5	
fمتزايدة على $]-\infty;0]$ ومتناقصةعلى $[0;+\infty[$ ، جدول التغيرات و $f(0) = 3$	0.5	
4) f مستمرة ورتيبة على كل من المجالين $[-3.5;-3]$; $[0.5;1]$ و	0.5	
$f(-3.5) = -0.49$ و $f(-3) = 0.007$ و $f(0.5) = 2.14$		

$f(1) = -3.3$ و حيث: $f(-3.5)\times f(-3) < 0$ و $f(0.5)\times f(1) < 0$



0.75 — 5)الرسم ....

0.5 — 6) أ) Fدالة أصلية للدالة f: $F(x) = \left[(\frac{1}{2}t - \frac{1}{4})e^{2t}\right]_0^x$

$F(x) = \frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + \frac{1}{4}$ ....

0.5 — ب)مساحة الحيز: $\frac{1}{4}(e^2+1)\ ua$ ....

0.25 — III. أ) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + 3 - \frac{1}{x}e^{\frac{2}{x}} = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x} = h(x)$ ....

1 — ب) $h'(x) = -\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$ ....

h متناقصة على $]-\infty;0[$ ومتزايدة على $]0;+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} h(x) = \lim_{x\to+\infty} h(x) = 3; \lim_{x\to 0} h(x) = -\infty$

جدول التغيرات للدالة h

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	-	||	+
$h(x)$	3 ↘ $-\infty$	||	$-\infty$ ↗ 3